1.4 보어의 원자 모형

1911년 러더포드(E. Rutherford)는 금속 박판에 알파선을 쏘았을 때 대부분의 알파입자(헬륨원자핵)들이 통과하였으나 극히 일부가 크게 휘어지거나 튕겨 나오는 것을 관찰하였다. 이는 그 당시의 통상적인 생각과는 상당히 벗어난 결과였다. 1897년 톰슨(J. J. Thompson)이 전자를 발견하였지만, 20세기 들어와서도 원자의 구조는 여전히 잘 알려져 있지 않았다. 톰슨은 원자가 건포도가 들어있는 빵과 같다고 생각하였다. 즉, 양전하를 띤 빵 안에 음전하를 띤 건포도들이 박혀있는 것처럼 생각하였다. 이 모형에 의하면 양전하는 원자전체에 퍼져있으며, 음전하를 띤 전자는 고정된 점을 중심으로 진동하였다. 그러나 이런 모형에 의하면 알파입자들이 넓게 퍼져있는 양전하 부분을 통과할 때 받는 힘이 너무 작아서 1^{o} 정도 휘어지기도 어렵다. 또한 알파입자는 전자보다 수천 배나 무겁기 때문에 전자에 의해서도 휘어질 수가 없다. 때문에 러더포드는 양전하가 원자 내에 퍼져있지 않고, 원자의 중심에 모여있다고 가정하였다. 여기서 원자의 중심에 모여 있는 양전하를 띤 물체는 원자질량의 거의 대부분을 차지하므로 알파입자들은 원자의 중심 부위를 투과할 수 없으며, 가까이 다가 갈수록 더 큰 각도로 휘어지게 되는 것이다. 이처럼 원자 중심부에 있는 양전하를 띤 물체를 원자핵이라 하고 러더포드의 이러한 가정은 실험결과와 잘 일치하였다. 러더포드의 원자 모형에 의하면 원자핵은 아주 작은 크기(러더포드는 원자핵을 원자 크기의 만분의 1 정도로 생각하였으나 실제는 10만분의 1 정도이다)로 원자 중심부에 양전하를 띠고 있고, 전자는 음전하를 띠고 있다. 이 러더포드의 원자모형에서는 양전하와 음전하는 서로 당기게 되므로 전자가 원자핵에 떨어져 원자가 붕괴되지 않으려면 전자는 궤도운동을 하여야 한다. 하지만, 이러한 궤도운동을 하려면 전자는 가속운동을 하게 되는데, 맥스웰의 전자기이론에 의하면 가속하는 전하를 띤 물체는 에너지를 방출하게 되어 있다. 때문에 러더포드 모형에서는 전자가 아주 짧은 시간 내에 모든 에너지를 잃고 원자핵으로 떨어져 원자가 붕괴해야만 한다. 이는 실제로 매우 안정적인 원자들의 상태와 배치되므로 러더포드 원자 모형의 커다란 모순점이었다. 이러한 모순점에 대하여 러더포드는 당시 그의 그룹에 박사후 연구원으로 와있던 보어(N. Bohr)에게 그 해결책을 찾아보도록 요청하였다고 한다. 보어는 얼마 지나지 않아서 덴마크로 돌아가야 하였는데, 그는 덴마크로 귀국한 후에도 계속 이에 대한 해결책을 연구하였다. 그리고 마침내 1913년 보어는 다음과 같은 두 가지 가정에 바탕한 원자 모형을 발표하였다.

1. 원자 내의 궤도운동을 하는 전자는 그 각운동량이 $\hbar \equiv \dfrac{h}{2\pi}$의 정수배를 만족하여야 하며 (여기서 h는 플랑크 상수), 이러한 경우 전자는 에너지를 방출하지 않고 안정적인 상태에 있게 된다: $mvr = n\hbar$ (전자 각운동량의 양자화).

2. 원자 내부에서 전자들은 위에서 허용된 궤도 상태에서만 존재하고, 하나의 허용된 상태에서 다른 허용된 상태로 불연속적인 전이가 가능하다. 이때 원자는 처음과 나중 상태의 에너지 차이에 해당하는 진동수를 가진 빛을 방출한다: $h\nu = E_i - E_f$.

그리고 보어는 이러한 두 가지 가정을 가지고 그때까지 설명이 불가능하였던 수소원자의 분광선(spectrum)에 대해서도 설명할 수 있게 되었다. 우리는 이를 보어의 수소원자 모형이라고 한다. 보어의 수소원자 모형에서는 Ze 의 양전하를 가진 원자핵에 e 의 음전하를 가진 전자가 원 궤도운동을 하고 있다고 가정한다. 전자의 원 궤도 운동에서는 구심력과 원자핵

과 전자 사이의 전기적 인력이 서로 같아야 하므로 다음의 조건을 만족하게 된다.

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Ze^2}{r^2}$$

한편, 전자의 전체에너지는 다음과 같이 주어진다.

$$E = K.E. + P.E. = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{Ze^2}{r}$$

원 궤도 조건식에서 $mv^2r = Ze^2$이 되므로, 전체에너지는 $E = -\frac{1}{2} \cdot \frac{Ze^2}{r}$ 즉 위치에너지의 절반에 해당함을 알 수 있다. 여기서 보어의 첫 번째 가정을 적용하면, 원 궤도 조건식은$mvr \cdot v = n\hbar v = Ze^2$로 되어 우리는 $v = \frac{Ze^2}{n\hbar}$ 를 얻고 이를 다시 원 궤도 조건식에 대입하면, $r = \frac{Ze^2}{mv^2} = \frac{Ze^2}{m} \cdot (\frac{n\hbar}{Ze^2})^2 = \frac{n^2\hbar^2}{Zme^2}$ 을 얻는다. 그러므로 수소원자 모형에서 전자의 전체에너지는 $E = -\frac{1}{2} \cdot \frac{Ze^2}{r} = -\frac{Ze^2}{2} \cdot \frac{mZe^2}{n^2\hbar^2} = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{mZ^2e^4}{2\hbar^2}$ 으로 주어진다. 통상의 수소원자의 경우 $Z = 1$ 이므로, 우리는 $\frac{me^4}{2\hbar^2} \equiv \mathbb{R}$을 리드버그(Rydberg) 상수로 부르며 그 값은 13.6eV 이다. 즉, 보어 모형에서 수소원자($Z = 1$)의 에너지 준위는 다음과 같이 주어진다.

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\mathbb{R}, \ n = 1, 2, 3, \ldots$$

여기서 전자가 n_i 번째 상태에서 n_f 번째 상태로 전이한다면, 그때 방출되는 빛의 진동수는 보어의 두 번째 가정에 의하면 $\nu = \frac{1}{h}(E_i - E_f)$로 쓸 수 있다. 이때 빛이 외부로 방출되려면 처음 상태의 에너지가 나중 상태의 에너지보다 높아야 하므로 $n_f < n_i$ 의 조건을 만족하여야 한다. 여기서 진동수를 파장으로 표현하고, 위에서 얻은 에너지 준위를 대입하면 방출되는 빛의 파장은 다음과 같은 관계식을 만족하게 된다.

$\frac{1}{\lambda} = \mathrm{constant} \cdot (\frac{1}{\mathrm{n_f}^2} - \frac{1}{\mathrm{n_i}^2})$, 여기서 n_f, n_i 는 자연수이고, $n_f < n_i$ 이다.

이러한 파장의 결과식은 그 전까지 관찰되었던 수소원자의 분광선들을 잘 설명하였는데, 즉 $n_f = 1$은 리만(Lyman) 계열을 $n_f = 2$는 발머(Balmer) 계열을 $n_f = 3$은 파셴(Paschen) 계열을 설명하는 등 이전까지 관측결과들과 완벽하게 일치하였다. 우리는 수소원자에서 가장 낮은 에너지 상태에 해당하는 $n = 1$ 인 경우의 궤도 반경을 보어 반경(Bohr radius)이라고 부르며 통상 a_0로 표시한다:

$$a_0 \equiv \frac{\hbar^2}{me^2} = 5.3 \times 10^{-11}\,\mathrm{m} \ .$$

1914년 프랑크(J. Franck)와 헤르쯔(G. Hertz)는 수은원자를 가지고 원자 내 전자의 에너지 준위가 보어 원자모형에서와 같이 불연속적임이 됨을 실험적으로 입증하였다.
